



IMPACTOS DE LA INNOVACIÓN EN LA DOCENCIA Y EL APRENDIZAJE

Un Recorrido de Estudio e Investigación sobre la comparación de realidad y previsión de la evolución de los usuarios de Facebook

Su diseño como c-unidad e implementación a nivel universitario

Barquero Farràs, Berta

Universitat de Barcelona

Departament d'Educació Lingüística i Literària i Didàctica de les CCEE i la Matemàtica. Facultat d'Educació

Pg. Vall d'Hebron, 171. 08035. Barcelona

bbarquero@ub.edu

Ruiz-Munzón, Noemí

Universitat Pompeu Fabra

Escola Superior de Ciències Socials i de l'Empresa- Tecnocampus

TCM1. Carrer d'Ernest Lluch, 32, 08302 Mataró, Barcelona

nruiz@tecnocampus.cat

José Ignacio Monreal Galán

Universitat Pompeu Fabra

Escola Superior de Ciències Socials i de l'Empresa- Tecnocampus

TCM1. Carrer d'Ernest Lluch, 32, 08302 Mataró, Barcelona

jimonreal@tecnocampus.cat

Barajas Frutos, Mario

Universitat de Barcelona

Departament de Didàctica i Organització Educativa. Facultat d'Educació.

Pg. Vall d'Hebron, 171. 08035. Barcelona

mbarajas@ub.edu

1. **RESUMEN:** La problemática que aborda este trabajo se centra en la búsqueda de dispositivos didácticos para una enseñanza funcional de la matemática basada en la modelización. Presentaremos el diseño de un recorrido de estudio e investigación sobre la comparación entre realidad y previsión de los usuarios de Facebook. Dicho diseño se realizará a través de una plataforma virtual en el marco del proyecto europeo MCSquared cuya implementación ha sido desarrollada con un primer curso de ciencias empresariales.
2. **ABSTRACT:** The questions addressed in this paper focus on the search of teaching and learning devices towards a functional teaching of mathematics based on modelling.



IMPACTOS DE LA INNOVACIÓN EN LA DOCENCIA Y EL APRENDIZAJE

We present the design of a study and research path on comparing reality versus forecast of Facebook users. This design has been done through a virtual platform developed in the frame of the European project MCSquared whose implementation has been developed with a first-year course at university in management sciences degrees.

- 3. PALABRAS CLAVE:** Recorridos de estudio e investigación, modelización matemática, Facebook, c-unidad, teoría antropológica de lo didáctico.

KEYWORDS: Study and research paths, mathematical modelling, Facebook, c-book unit, anthropological theory of the didactic.

4. DESARROLLO:

Introducción: los REI en el marco del proyecto MC2

En las últimas décadas, la comunidad docente y numerosas investigaciones han mostrado su acuerdo en que la enseñanza no debe centrarse sólo en la transmisión formal de conocimientos sino que debe además proporcionar a los estudiantes herramientas para cuestionar e indagar en el estudio de fenómenos y con ello promover un pensamiento abierto y creativo. Es aquí de gran importancia motivar un cambio de paradigma escolar, desde aquel más monumentalista centrado en mostrar pequeños fragmentos de obras desprovistas de su razón de ser, hacia un enfoque más funcional en el que la construcción del conocimiento aparece ante la necesidad de responder a cuestiones problemáticas que surgen en diferentes ámbitos de la realidad (Chevallard, 2015; Serrano & Bosch, 2011).

En el caso particular de la enseñanza de las matemáticas se pueden destacar grandes avances, por ejemplo, el campo de la investigación en modelización y aplicaciones muestra cómo bajo ciertas condiciones adecuadas en distintos niveles educativos y contextos curriculares, las actividades de modelización pueden desarrollarse con resultados exitosos (Burkhardt, 2008), o cómo el enfoque del aprendizaje basado en indagación ha aparecido con mayor frecuencia en la enseñanza de las matemáticas (Artigue & Blomhøj, 2013). Así, la difusión y pervivencia de actividades basadas en modelización, indagación u otras propuestas innovadoras se mantienen en todos los niveles educativos como uno de los grandes retos de las últimas décadas para la Educación Matemática.

En este trabajo apostamos por el uso de los recorridos de estudio e investigación (REI) como modelos didácticos propuestos desde la teoría antropológica de lo didáctico (Chevallard, 2006,



IMPACTOS DE LA INNOVACIÓN EN LA DOCENCIA Y EL APRENDIZAJE

2015) para lograr una enseñanza funcional de las matemáticas. En particular, partimos de los trabajos a nivel universitario de Barquero, Bosch y Gascón (2011, 2013) para el caso de las Ciencias Experimentales y Serrano et al. (2013) para las Ciencias Económicas. Con este objetivo se han diseñado, implementado y analizado los REI como dispositivo didáctico para facilitar la inclusión de la modelización matemática y, más concretamente, para situar explícitamente los problemas de modelización en el centro de los procesos de enseñanza de las matemáticas a nivel universitario.

Nos vamos a centrar aquí en el diseño de un REI sobre la comparación entre realidad y previsión en el caso de usuarios de Facebook (FB). En esta ocasión, el diseño de este REI se ha realizado en el marco de proyecto europeo MCSquared (<http://www.mc2-project.eu>) cuyo objetivo es el diseño de unidades didácticas innovadoras (denominadas c-unidades) para promover el pensamiento matemático creativo. Dicho proyecto se ha desarrollado por un grupo de diseñadores de variada formación y se realiza en el entorno virtual de los denominados “c-books”, libro electrónico que permite integrar la redacción de actividades junto con aplicativos de distintas factorías de tecnología educativa (Barquero et al., 2014). A continuación presentamos los detalles sobre el diseño del REI que se ha experimentado, combinando el entorno virtual ofrecido por la c-unidad con sesiones presenciales, durante el segundo trimestre del curso 2015-16 con estudiantes del grado de Administración de Empresa y Gestión de la Innovación (AdE-GI), y doble grado de AdE-GI y Marketing y Comunidades Digitales, todos de la Escuela Superior de Ciencias Sociales y de la Empresa-Tecnocampus, centro adscrito a la Universidad Pompeu Fabra.

Un REI sobre la comparación de realidad contra previsión

El REI parte de una noticia sobre una investigación realizada por la Universidad de Princeton con la que se predecía que FB perdería el 80% de sus usuarios antes de 2017 (Fig. 1). A partir de aquí la cuestión inicial (Q0) que se plantea a los estudiantes es si: ¿Pueden ser ciertas estas predicciones? ¿Cómo podemos modelizar y ajustar los datos reales sobre los usuarios de FB y hacer previsiones sobre su evolución?

La experimentación se estructura en tres fases: una primera de exploración e investigación abierta sobre qué datos reales son mejores a considerar (Q1), una segunda centrada en qué modelos matemáticos proveen un buen ajuste de los datos (Q2), y una tercera sobre el uso de estos modelos para dar previsión a corto y largo plazo de la evolución de los usuarios y cómo decidir sobre el mejor ajuste y la previsión más fiable (Q3).

Los estudiantes, por grupos, reciben el encargo de la consultora MS2 (‘Mathematical Solutions Squared’) descrita previamente como Q0 y se les solicita que al final del proceso entreguen un informe final, a modo de presentación oral, como respuesta a la situación planteada. El



IMPACTOS DE LA INNOVACIÓN EN LA DOCENCIA Y EL APRENDIZAJE

proceso de estudio combina sesiones presenciales en un dispositivo especial denominado taller de modelización matemática (con un total de 6 sesiones de 1h 30'), con el trabajo fuera de aula. La c-unidad que guía y da soporte al desarrollo del taller está ya preparada para que los equipos puedan incorporar sus respuestas, plantear nuevas cuestiones, ofreciéndoles un medio de interacción (como chats u hojas de cálculo compartidas) y aplicativos preparados especialmente para pasar por las distintas fases que se han previsto en la experimentación. A continuación esbozaremos las características de las distintas fases del taller, mostrando el recorrido real que realizaron los alumnos.

Primera fase: Exploración y recogida de datos

Se solicita a los estudiantes que, por grupos, busquen datos acerca de la evolución de usuarios de FB. Cada grupo debe describir la tendencia de los datos hallados con la idea de dar una primera respuesta a la cuestión inicial Q0. En esta fase, se prevé que surjan nuevas cuestiones sobre la formulación de hipótesis, selección y organización de los datos, definición de las variables más importantes a considerar, etc. En el diseño a priori de la c-unidad se contemplan las cuestiones siguientes: Q1.1: ¿Qué intervalos de tiempo utilizar? Q1.2: ¿Cómo organizar los datos encontrados? Q1.3: ¿Qué podemos decir de la tendencia histórica de los datos? En la Fig. 2 se presenta el esquema a priori de las herramientas y técnicas matemáticas que son necesarias en esta primera fase del estudio.

Pasamos a comentar los principales aspectos del análisis de lo ocurrido en la experimentación. En primer lugar, la cuestión inicial sobre la polémica del artículo de Princeton fue adoptada con gran interés por lo estudiantes y, hasta el final del proceso, se mantuvo viva. Así la cuestión guió y articuló todo el estudio. En segundo lugar, cabe destacar la facilidad con la que los estudiantes accedieron a datos reales sobre la evolución de la red social. El formato más habitual en el que encontraban la información era mediante una representación gráfica (por ejemplo, en formato de diagrama de barras). Esto condicionó notablemente su análisis ya que se centraron sobretudo en el análisis gráfico de la tendencia de los datos y no en su vertiente más numérica (tasas de variación, aunque apareció de forma tangencial). En tercer lugar, el hecho de que muchos grupos encontraran los mismos datos provocó un intenso intercambio de opiniones e ideas entre ellos, lo que nos llevó a organizar una puesta en común de las hipótesis previas en clase. Este hecho provocó que se extendiera el tiempo destinado a esta primera fase, pasando de una previsión de 3 a 4 sesiones. Dada la riqueza de respuestas recogidas por los equipos de trabajo durante la puesta en común, se decidió solicitar la entrega de un primer informe en formato de poster (ver Fig. 3) para que cada equipo sintetizara sus hallazgos y así poder compartir y comparar las conclusiones obtenidas hasta el momento. En la elaboración de este póster se puso de manifiesto la dificultad encontrada en



IMPACTOS DE LA INNOVACIÓN EN LA DOCENCIA Y EL APRENDIZAJE

definir las variables centrales (tiempo y tipos de usuarios), escoger correctamente la magnitud en su definición y homogeneizar el tiempo (datos anuales, trimestrales, diarios).

Segunda fase: Determinación de los modelos de ajuste a los datos reales

El objetivo de esta segunda fase es el de ajustar modelos matemáticos (basados en funciones elementales) a los datos reales. En esta fase las dos cuestiones previstas para guiar el proceso son: Q2.1: ¿Qué modelos basados en las familias de funciones elementales (rectas, parábolas, hipérbolas, etc.) pueden ajustar los datos?; Q2.2: ¿Cómo determinar los parámetros del modelo? (Fig. 2). Para poder estudiar estas cuestiones, el propio diseño de la c-unidad integra una aplicación de Geogebra (Fig. 4) que permite visualizar la representación de los datos reales junto con la propuesta de un modelo funcional de ajuste. Las funciones corresponden a las trabajadas en el primer trimestre del curso (un total de siete familias de funciones: polinómicas de primer, segundo y tercer grado, hiperbólicas, exponenciales, irracionales de raíz cuadrada y logarítmicas), poniendo en uso y dotando de sentido a estas herramientas matemáticas previamente estudiadas.

Dado que muchos de los grupos acabaron trabajando con datos reales muy parecidos sobre la evolución mundial de los usuarios de FB, se tomaron dos nuevas decisiones: (a) distribuir a cada equipo un segundo conjunto de datos diferente, correspondientes a diversas zonas geográficas concretas, para así poder contrastar las hipótesis y resultados y ampliar su estudio; (b) requerir más de un modelo de ajuste para cada conjunto de datos. A partir del análisis de las propuestas de los grupos, un aspecto no previsto fue que la gran mayoría de los equipos propuso el uso de funciones definidas a trozos. Ya durante la puesta de común de la primera fase los equipos comenzaron a indagar en la historia de FB sobre la razón del cambio de tendencia de los datos que manejaban (salida a bolsa, nuevas redes sociales “rivales”, adquisiciones de la empresa, nuevos desarrollos, etc.), y también sobre el momento de este cambio de tendencia. Además, las aplicaciones incluidas en la c-unidad no preveían a priori esta línea de trabajo, hecho que llevo a los diseñadores a tener que introducir cambios en el aplicativo a medida que surgían estas necesidades (Fig. 4). En una sola sesión se les presentó los aplicativos a los alumnos y comenzaron a trabajar sobre los modelos que habían propuesto. Además de trabajar sobre la plataforma del proyecto MC2, algunos grupos comenzaron a presentar nuevas hipótesis para ajustar los puntos con funciones no elementales (como la función Gaussiana), por lo que se les proporcionaron los aplicativos directamente en Geogebra para que pudieran manipular las definiciones de las funciones.

Una vez determinados los modelos para cada conjunto de datos, para poder seleccionar el “mejor” modelo apareció de forma natural cuestiones del tipo: ¿Qué significa el mejor ajuste? ¿Cómo podemos medir y discutir el grado de ajuste que dan las distintas propuestas?, dando lugar a la tercera cuestión central Q3 que guía la última fase.



IMPACTOS DE LA INNOVACIÓN EN LA DOCENCIA Y EL APRENDIZAJE

Tercera fase: Uso de los modelos para dar previsiones sobre la evolución de FB

Con el estudio de la última cuestión Q3, se solicita a los grupos una presentación oral como respuesta al encargo de “MS2” a modo de informe final. La c-unidad está diseñada para tratar en profundidad cuestiones como, por ejemplo: Q3.1: ¿Cómo comparar el error cometido por los distintos modelos?, Q3.2: ¿El mismo modelo sirve para previsiones a corto y largo plazo? Para ello, la c-unidad contiene unas aplicaciones especialmente diseñadas para comparar numérica y gráficamente los datos reales con las previsiones dadas por los modelos y visualizar y calcular numéricamente (punto a punto o en promedio) los errores cometidos (por ejemplo, el aplicativo diseñado con Cinderella, Fig. 5).

La falta de sesiones en la experimentación, debido a que se acababa el trimestre, para poder desarrollar esta última fase (solamente una sesión en grupo, más una sesión de dudas, en la que plantearon más cuestiones relativas a la segunda fase que a la tercera) provocó que los estudiantes se quedaran en una etapa muy inicial, donde se centraron en justificar visualmente el mejor ajuste y pocos fueron los grupos que llegaron a indagar sobre los errores (absoluto y cuadrático) como herramienta clave de decisión.

Reflexiones finales

A modo de conclusiones y reflexiones de este trabajo, queremos centrarnos en dos aportaciones que se derivan del diseño y experimentación del REI sobre la previsión de usuarios de Facebook. En primer lugar, el papel que ha tenido el REI en relación a las asignaturas y dispositivos de enseñanza más tradicionales en los primeros cursos universitarios de ciencias empresariales y, en segundo lugar, cómo el REI consigue integrar nuevas condiciones y nuevos gestos del estudio más acordes con la visión funcional de la matemática.

En relación a la primera de las aportaciones, queremos destacar cómo el REI que hemos diseñado y experimentado permite movilizar conocimientos típicos de un primer curso universitario de matemáticas, por ejemplo, familias de funciones, cálculo diferencial y su significado para el estudio de funciones de una variable, que forman parte de los programa estándar en estos primeros cursos universitarios aunque, en esta ocasión, integrándolos en un estudio funcional de las matemáticas, las cuales aparecen como herramientas de modelización de fenómenos reales, en nuestro caso, la evolución de los usuarios de Facebook. Como se puede ver en la Fig. 6, la dinámica de cuestiones y de búsqueda de respuestas, permite un doble juego: primero, poner en uso herramientas y conocimientos matemáticos (CM) dados de antemano para dar respuesta a cuestiones (como CM3, Fig. 6); segundo, plantear nuevas



IMPACTOS DE LA INNOVACIÓN EN LA DOCENCIA Y EL APRENDIZAJE

cuestiones que requieren la introducción de nuevas herramientas (matemáticas y estadísticas, como CM1 y 2 o 4 y 5). Además, se debe destacar el potencial del REI para establecer vínculos entre distintas asignaturas, promoviendo un estudio multidisciplinar de las cuestiones planteadas. En nuestro caso, combinando la asignatura bitrimestral de Matemáticas (de donde nace su propuesta) con las asignaturas de “Comunidades Digitales” que dedicó alguna sesión, al inicio de la experimentación del REI, a la búsqueda de datos reales sobre la evolución de Facebook y que facilitó a los alumnos criterios sobre la búsqueda, selección y tabulación de estos; o la asignatura de “Organización de Empresas” que presentó a los estudiantes algunos de los modelos más usados en el estudio de la evolución de empresas (Life Cycle Organization, por ejemplo). Ambas asignaturas se desarrollaron en paralelo a la experimentación y los estudiantes integraron en el estudio del REI algunos de los conocimientos y herramientas que estas otras asignaturas les habían (o estaban) ofreciendo. De la misma forma, también hemos observado la necesidad en futuras experimentaciones de establecer vínculos con la asignatura de Estadística, ya que aquellos alumnos que la habían cursado, fueron capaces de poner en uso conocimientos como, por ejemplo, la función Gaussiana o la recta de regresión de mínimos cuadrados, que se les había introducido en este curso.

Respecto la segunda de las aportaciones, la experimentación del REI ha permitido poner de manifiesto la creación de algunas condiciones que han favorecido enormemente que los estudiantes se implicaran y asumieran muchas responsabilidades que tradicionalmente les son ajenas, pero que son imprescindibles para la buena dinámica de un REI. Podemos destacar las siguientes:

(a) Importancia de crear un dispositivo de evaluación donde los estudiantes, organizados en equipos de consultores, expongan sus respuestas provisionales y final a la cuestión inicial Q0. En particular, para la evaluación de la respuesta final, concretizada en la última sesión de los Talleres, se solicitó a los equipos de trabajo preparar una presentación y defenderla oralmente como respuesta al encargo que les había realizado MS2, que fue evaluada por tres profesores, el implicado en la experimentación y dos externos que actuaban como representantes de la consultora. Además de poder conocer y confrontar la riqueza de las respuestas generadas por los distintos equipos, este dispositivo de evaluación ayudó a poner de manifiesto características esenciales de los REI como: la no unicidad de posibles respuestas finales, la riqueza y complementariedad de los diferentes estudios realizados y de las respuestas aportadas, entre otras.

(b) Durante la dinámica de los REI ha sido central la constante dialéctica entre la búsqueda de datos (por ejemplo, la búsqueda de datos reales de Facebook) y de respuestas externas en los distintos media (medios de comunicación) como, por ejemplo, recursos materiales o web, contenidos de otras asignaturas, respuestas de los profesores, propuestas de los otros equipos y la creación de los medios apropiados para integrarlos en el estudio. Por ejemplo, distintos grupos estuvieron trabajando con modelos de ajuste que encontraban en la web o que se les



IMPACTOS DE LA INNOVACIÓN EN LA DOCENCIA Y EL APRENDIZAJE

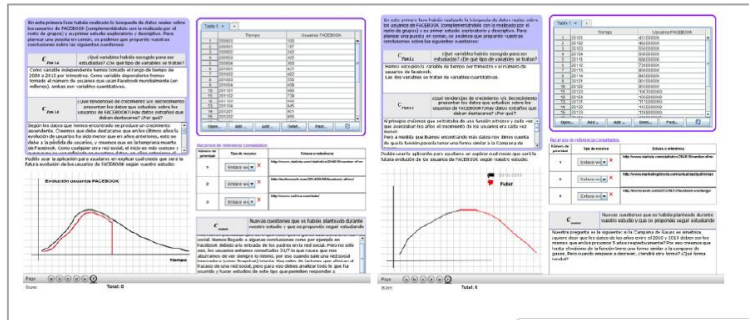
habían introducido en otras asignatura (campana de Gauss, modelos SIR, modelos “Life Cycle Organization”, entre otros) pero lo más importante fue promover que los estudiantes se cuestionaran la validez y límites en su uso e integración en su estudio particular. Podemos destacar también cómo el hecho de pedir que todos los grupos trabajaran con dos conjuntos de datos (evolución mundial de los usuarios de Facebook y por zonas geográficas: Canada & USA, Asia-Pacífico, Europa, etc.) funcionó muy bien porque llevó a los estudiantes a, primeramente, desarrollar el estudio completo con el primer conjunto de datos y crear los medios necesarios y, a continuación, usar el segundo conjunto de datos para contrastar, validar o reformular las hipótesis, modelos y respuestas que habían construido hasta entonces.

Por último, queremos incidir que, con la experimentación de la c-unidad y del REI aquí descrita, los estudiantes se han visto inmersos en una actividad abierta poco tradicional a la que no estaban nada habituados. Esto ha requerido, en primer lugar, mucho más tiempo de lo previsto, hecho que provocó dedicar menos sesiones que las planeadas para la tercera y última fase y a tener que prever, para futuras experimentaciones en los próximos cursos, más sesiones de Taller integradas a lo largo del trimestre. En segundo lugar, en las primeras sesiones del taller se tuvieron que superar algunas resistencias de los estudiantes en asumir responsabilidades que raras veces se les suele transferir: formulación de hipótesis y de cuestiones a estudiar, validación de sus propias propuestas, defender y comparar sus propias propuestas con las del resto de grupos, etc. Algunas de estas resistencias fueron progresivamente superadas a lo largo de la experimentación, llevando a integrar en el diseño de la c-unidad y en su gestión algunas herramientas esenciales para el buen funcionamiento de los REI: formato poster o informes parciales para que los grupos sintetizaran sus avances, espacios foro donde los estudiantes debían interactuar y comparar su trabajo con otros equipos, sesión de presentación de las respuestas finales, entre otras. Tanto las buenas condiciones generadas en la experimentación del REI a través de la c-unidad, como las distintas restricciones detectadas siguen siendo focos importantes de nuestra investigación y que nos llevan a plantear cuestiones que guiarán investigaciones futuras: *¿Qué características del REI se integran con más fuerza? ¿Cómo se articula la experimentación del REI diseñado con los dispositivos más tradicionales a nivel universitario (sesiones de teoría-problemas-examen)? ¿Qué dispositivos de enseñanza son necesarios para que los estudiantes asumen algunas responsabilidades esenciales en la gestión de los REI?*

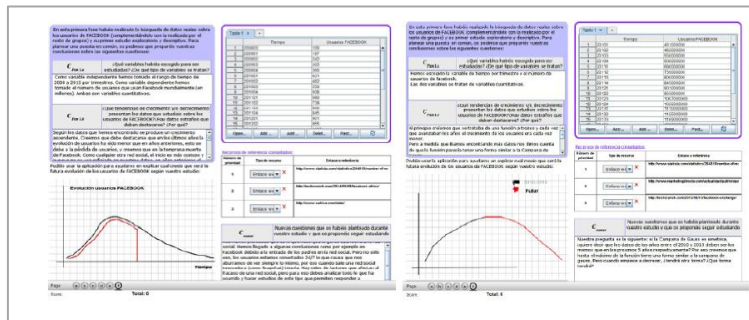


IMPACTOS DE LA INNOVACIÓN EN LA DOCENCIA Y EL APRENDIZAJE

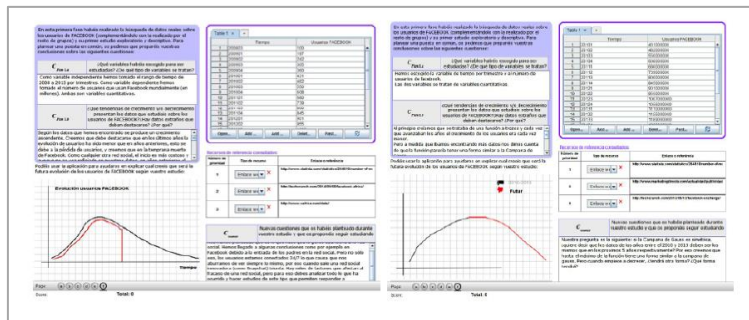
4.1. FIGURA O IMAGEN 1



4.2. FIGURA O IMAGEN 2



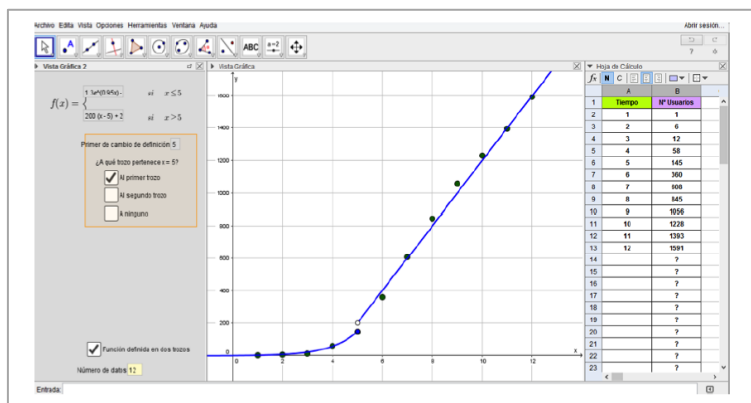
4.3. FIGURA O IMAGEN 3



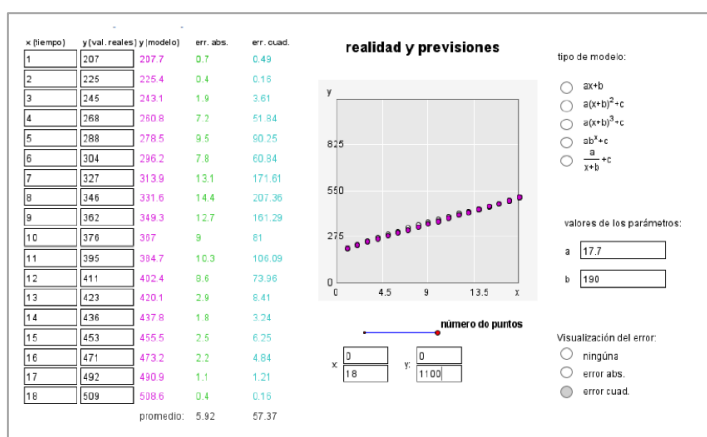


IMPACTOS DE LA INNOVACIÓN EN LA DOCENCIA Y EL APRENDIZAJE

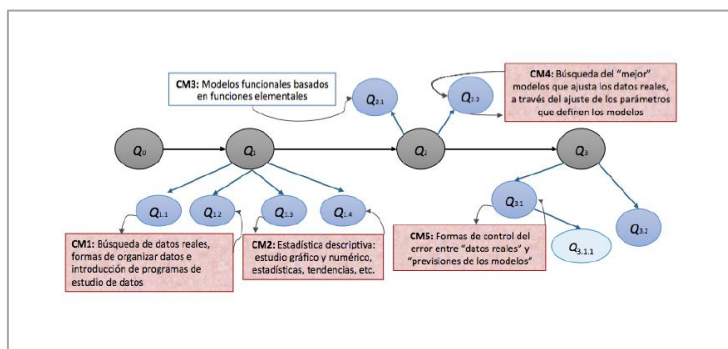
4.4. FIGURA O IMAGEN 4



4.5. FIGURA O IMAGEN 5



4.6. FIGURA O IMAGEN 6





IMPACTOS DE LA INNOVACIÓN EN LA DOCENCIA Y EL APRENDIZAJE

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45, 797–810.

Barquero, B., Bosch, M., & Gascón, J. (2011). Los Recorridos de Estudio e Investigación y la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las Ciencias Experimentales. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, 29(3), 339–352. ISSN: 0212-4521.

Barquero, B., Bosch, M., & Gascón, J. (2013). The ecological dimension in the teaching of modelling at university level. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, 33(3), 307-338.

Barquero, B., Richter, A., Barajas, M., & Font, V. (2014). Promoviendo la creatividad matemática a través del diseño colaborativo de c-unidades. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 157-166). Salamanca: SEIEM.

Burkhardt, H. (2008). Making mathematical literacy a reality in classrooms. In: D. Pitta-Pantazi & G. Pilippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp.2090- 2100).Larnaca: University of Cyprus.

Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. In Bosch, M. (ed.) *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)*. (pp. 21-30) Barcelona: FUNDEMI-IQS.

Chevallard, Y. (2015). Teaching Mathematics in Tomorrow's Society: A Case for an Oncoming Counter Paradigm. In S.J. Cho (ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 173-187). Dordrecht: Springer.

Serrano, V., & Bosch, M. (2011). Taller de modelización matemática: dinámica de poblaciones. *Jornadas Interuniversitarias de Innovación Docente 2011*. Barcelona: Blanquerna Tecnologia i Serveis, Universitat Ramon Llull.

Serrano, L., Bosch, M., & Gascón, J. (2013). Recorridos de estudio e investigación en la enseñanza universitaria de ciencias económicas y empresariales. *UNO: Revista de didáctica de las matemáticas*, 62, 39-48.